

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

مباحثی در
فلسفه ریاضیات
سیری در مرزهای ریاضیات و فلسفه

پیام سراجی



سرشناسه	سراجی، پیام، ۱۳۵۵ -
عنوان و نام پدیدآور	مباحثی در فلسفه ریاضیات: سیری در مرزهای ریاضیات و فلسفه / پیام سراجی؛ ویراستار علمی: مقداد قاری؛ ویراستار ادبی: سجاد محمدی. تهران: مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران، انتشارات، ۱۴۰۳. ۲۲۰ ص.
مشخصات نشر	۹۷۸-۶۲۲-۶۳۳۱-۶۱-۶
مشخصات ظاهری	فیپا
شابک	کتابنامه: ص. [۲۱۵] - ۲۲۰.
وضعیت فهرست نویسی	افلاطون، ۴۲۷ - ۳۴۷ ق.م. -- نقد و تفسیر
یادداشت	Plato-- Criticism and interpretation
موضوع	ریاضیات -- فلسفه Mathematics -- Philosophy
موضوع	قاری، مقداد، ۱۳۵۹-، ویراستار
شناسه افزوده	QA۹
رده بندی کنگره	۵۱۰/۱
رده بندی دیویی	۱۰۰۰۲۹۱۸
شماره کتابشناسی ملی	فیپا
اطلاعات رکورد کتابشناسی	



مباحثی در فلسفه ریاضیات

سیری در مرزهای ریاضیات و فلسفه

پیام سراجی

ویراستار علمی: مقداد قاری | ویراستار ادبی: سجاد محمدی
صفحه آرا: معصومه قاسمی | طراح جلد: سعید صحابی
لیتوگرافی، چاپ و صحافی: مؤسسه بوستان کتاب
چاپ اول: ۱۴۰۳ | تیراژ: ۳۰۰ نسخه



ناشر: مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران
نشانی: تهران، خیابان نوفل لوشاتو، خیابان شهید آراکلیان، پلاک ۴
تلفن: ۶۶۹۶۵۳۴۶، نمابر: ۶۶۹۵۳۳۴۲

www.irip.ac.ir

شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۶۳۳۱-۶۱-۶ ISBN: 978-622-6331-61-6

حق چاپ و نشر محفوظ است.

فهرست مطالب

مقدمه	۹
فصل ۱: افلاطون و فلسفه ریاضی	۱۳
دیدگاه افلاطون گرایی در ریاضیات	۱۳
خط تقسیم شده افلاطون	۱۷
تمثیل غار به روایت معاصران	۲۲
شناخت شناسی	۲۹
رساله تیمائوس	۳۸
افلاطون گرایی معاصر	۴۲
فصل دوم: بی نهایت در ریاضیات	۴۵
پارادکس های زنون	۴۷
ارشمیدس و روش افنا	۵۰
کشف اعداد گنگ	۵۳
ظهور حساب دیفرانسیل و انتگرال	۵۹
نظریه مجموعه های کانتور	۶۷
پارادکس های نظریه مجموعه ها	۷۳
نظریه اصل موضوعی مجموعه ها	۷۴
اعداد ترتیبی	۷۵
فرضیه پیوستار	۷۸
پیچیدگی بی نهایت	۸۰

۸۴	دنباله‌های تصادفی و شبه تصادفی
۹۰	بی‌نهایت در فیزیک
۹۳	چند مسئله و پرسش
۹۷	فصل سوم: فلسفه و مبانی ریاضی در اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم
۱۰۱	منطق‌گرایی فرگه و راسل
۱۰۷	صورت‌گرایی هیلبرت
۱۱۲	مسئله سازگاری
۱۱۵	تمامیت
۱۱۷	شهودگرایی براور
۱۲۴	مناقشه براور و هیلبرت
۱۲۸	افلاطون‌گرایی گودل
۱۳۷	فصل چهارم: قضیه‌های ناتمامیت گودل و برخی جنبه‌های فلسفی آن‌ها
۱۳۷	اثبات اولیه گودل
۱۴۷	قضیه لاب
۱۴۹	اثبات‌های مبتنی بر نظریه محاسبه پذیری
۱۵۵	اثبات مبتنی بر نظریه الگوریتمی اطلاعات
۱۵۸	گزاره فصلی گودل: گودل برضد ماده‌گرایی
۱۶۳	برخی مسائل طبیعی اثبات ناپذیر در حساب پثانو
۱۶۳	قضیه گودشتین
۱۶۵	قضیه کروسکال
۱۶۷	ریاضیات وارون
۱۶۹	اصول کاردینال‌های بزرگ
۱۷۲	چند پرسش و مسئله
۱۷۳	فصل پنجم: ریاضیات، زیبایی‌شناسی و فلسفه سنتی هنر
۱۷۳	تقارن و تناسب
۱۷۷	تناسبات نقش‌های معماری ایرانی اسلامی

فهرست مطالب ۷

معنای نمادین تناسبات.....	۱۸۲
فیثاغورس و نسبت های هارمونیک.....	۱۸۹
ملاحظاتى درباره «نسبت طلایى».....	۲۰۱
زیبایی در قوانین فیزیک و ریاضی.....	۲۰۵
پيوست.....	۲۰۹
اصول موضوع نظریه مجموعه های زرمِلو-فرانکل به علاوه اصل انتخاب (<i>ZFC</i>).....	۲۰۹
منابع.....	۲۱۵

مقدمه

از دوران باستان، ریاضیات نه فقط برای رفع نیازهای روزمره مانند محاسبه دارایی‌ها یا مساحت زمین‌های کشاورزی، بلکه به عنوان کلیدی برای درکی عمیق‌تر از جهان در نظر گرفته می‌شده است. گردش ماه و خورشید و تغییرات فصل‌ها و حرکات سیارات، همگی از نظم‌های ریاضی پیروی می‌کردند؛ شکل دایره که به سادگی با کمک یک نخ روی زمین ترسیم‌کردنی بود، در آسمان هم دیده می‌شد و ماه و خورشید هر دو کروی بودند. منجمان یونان باستان نشان دادند حرکات سیارات را هم می‌توان با ترکیب پیچیده‌ای از حرکات دایره‌ای شکل توصیف و وقایعی نجومی مانند کسوف و خسوف را پیش‌بینی کرد. اینکه چرا نظم‌های ریاضی به این فراوانی در جهان یافت می‌شوند، پرسش فلسفی مهمی است که از دوران باستان ذهن بشر را به خود مشغول کرده بود. همچنین در همه تمدن‌های باستان، بشر متوجه نقش مهم ریاضیات و هندسه در معماری و هنر بوده است و طبیعتاً این سؤال برایش مطرح بود که چرا برخی ساختارها، تناسب‌ها و تقارن‌ها می‌توانند بر حس زیبایی‌شناسی انسان تأثیر بگذارند. در دوره یونان باستان، مهم‌ترین فیلسوفی که سعی کرد به این سؤالات پاسخ بگوید افلاطون بود. پس از ۲۴۰۰ سال، نظریه افلاطون درمورد جایگاه ریاضیات در عالم وجود و نوع ارتباط آن با جهان آفرینش و دلیل اهمیت آن از دیدگاه زیبایی‌شناسی، هنوز هم شاید متقاعدکننده‌ترین پاسخ برای این سؤالات باشد. البته رویکرد افلاطون باید «افلاطونی فیثاغورسی» نامیده شود؛ چون افلاطون بسیاری ایده‌های خود را از فیثاغورسیان

گرفته بود. در دوران معاصر هم مسیر تفکر افلاطونی فیثاغورسی رهروان خود را دارد و یکی از مکاتب فلسفه ریاضی معاصر «افلاطون‌گرایی»^۱ نامیده می‌شود. تأکید نگارنده در این کتاب معرفی فلسفه افلاطونی ریاضیات، هم از دیدگاه خود افلاطون و هم از دیدگاه افلاطون‌گرایان معاصر است؛ همچنین، بررسی ارتباط و مواجهه این فلسفه با پیشرفت‌های دوران معاصر در ریاضیات و به طور خاص منطق ریاضی و نظریه مجموعه‌ها.

فصل اول به بررسی قسمت‌هایی از آثار افلاطون اختصاص یافته است که به فلسفه ریاضی اشاره دارند. فصل دوم به بررسی مفهوم بی‌نهایت در ریاضیات اختصاص دارد. اهمیت این مفهوم در فلسفه و الهیات واضح است و در طول تاریخ ریاضیات هم باعث ایجاد نظرها و رویکردهای مختلف شده است. یکی از نقاط تفاوت در فلسفه‌های ریاضی معاصر هم نوع برخورد آن‌ها با مفهوم بی‌نهایت است.

در فصل سوم به پیشرفت‌هایی بنیادی می‌پردازیم که در اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم در مبانی ریاضیات به دست آمد و سه رویکرد دیگر در فلسفه ریاضی را که در این دوره معرفی شدند نیز در این زمینه تاریخی معرفی می‌کنیم: «منطق‌گرایی»^۲ که فرگه آن را معرفی کرد، «صورت‌گرایی»^۳ هیلبرت و «شهودگرایی»^۴ براور. در پایان این فصل، ایده‌های گودل در مورد فلسفه ریاضی را بررسی می‌کنیم که یکی از نمونه‌های بسیار مهم افلاطون‌گرایی معاصر است.

بین نتایجی که در منطق ریاضی معاصر اثبات شده‌اند، قضیه‌های ناتمامیت گودل از دیدگاه فلسفی اهمیت فوق‌العاده‌ای دارند. فصل چهارم به این قضیه‌ها اختصاص داده شده و علاوه بر اثبات این قضیه‌ها (البته به طور توصیفی و با حذف برخی جزئیات ریاضی) به اثبات‌های مختلف این قضیه، برخی قضیه‌های مرتبط با آن و همچنین ارتباط این قضیه با نظریه محاسبه‌پذیری و علوم کامپیوتر نظری پرداخته‌ایم. در پایان این فصل هم به ارتباط این قضیه‌ها با مسئله هوشیاری و مقایسه هوش انسانی با هوش مصنوعی می‌پردازیم.

1. platonism
2. Logicism
3. Formalism
4. Intuitionism

در فصل پنجم از ارتباط ریاضیات با هنر و کاربرد آن در این حوزه (به طور خاص موسیقی، معماری و هنرهای سنتی) سخن می‌گوییم. هیچ‌یک از فلسفه‌های ریاضی معاصر رویکرد مشخصی درباره مسئله زیبایی‌شناسی ندارد؛ ولی فلسفه افلاطونی فیثاغورسی چنین نیست: فیثاغورس خود اولین شخصی بود که نقش نسبت‌های هارمونیک را در موسیقی کشف کرد و ایده‌های زیبایی‌شناسانه افلاطون در هماهنگی با فلسفه سنتی هنر هستند و رد پای این نوع تفکر را می‌توان در همه تمدن‌های باستانی یافت. متأسفانه این موضوع کمتر شناخته شده است و هدف فصل پنجم این است که با رویکردی دقیق و با ارجاع به نظرات خود افلاطون (به خصوص رساله «تیمائوس») و با بررسی مثال‌هایی واقعی، این ارتباط را روشن سازد.

این کتاب برای مخاطب غیرمتخصص نوشته شده است و سعی کرده‌ام بیشتر مطالب آن برای دانشجویان رشته‌های علوم پایه و مهندسی که حداقل اطلاعات ریاضی (در حد ریاضیات عمومی دانشگاه) را دارند، قابل فهم باشد. البته فهم برخی قسمت‌های کتاب به پیش‌زمینه قوی‌تری از ریاضی نیاز دارد.

نگارنده از زحمات جناب آقای دکتر اسدالله فلاحتی که پیشنهاد اولیه تألیف این کتاب را مطرح کردند و با مطالعه دقیق متن کتاب، پیشنهادهای ارزنده‌ای مطرح فرمودند، و همچنین از جناب آقای سجاد محمدی که زحمت ویرایش ادبی کتاب را متقبل شدند کمال تشکر را دارد.

نگارنده از آقای دکتر مقداد قاری که پیشنهاد کتاب را مطالعه و نکات ارزنده‌ای را متذکر شدند و همین‌طور آقای دکتر مرتضی منیری که زحمت داوری کتاب را تقبل فرمودند کمال تشکر را دارد. در پایان نگارنده باید بیشترین دین خود را به جناب آقای دکتر محمود بینای مطلق بیان کند که بیشترین مطالب در زمینه مبانی و فلسفه ریاضی را از محضر ایشان آموخته است.

پیام سراجی / فروردین ۱۴۰۲